Tentamen Discrete Structuren

vrijdag 20 augustus 2004, 9 - 12 uur

Elke opgave levert maximaal 15 punten op. Het cijfer is (p/10) + 1, afgerond op gehele en halve waarden, waarbij p het totaal aantal behaalde punten is. Er is **geen** vrijstelling op grond van toetsresultaten.

NB. Beargumenteer je antwoorden.

1. Bewijs: er zijn oneindig veel priemgetallen.

2. (a) Definieer: propositie p is een invariant van de loop `while g do S`.

   (b) m, n zijn gehele getallen. Gegeven is de loop

   ```
   while  m > 0  do
     n := m * (n + m)
   ```

   Is $n > 0$ een invariant van deze loop? En $n < 0$?

3. Bewijs met volledige inductie dat voor alle $n \in N$ geldt:

   $$\sum_{i=1}^{n}(2i-1) = n^2$$

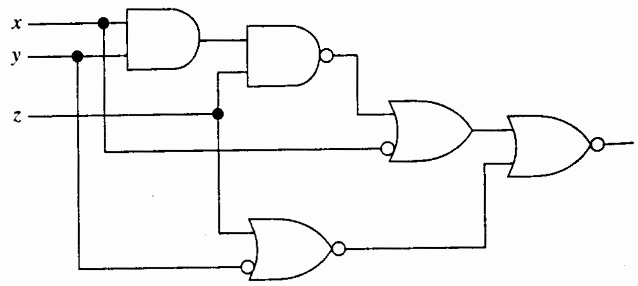
   NB. Vergeet het geval $n = 0$ niet.

4. (a) Zij $s(n)$ $(n \in N)$ een rij getallen. Wat is de definitie van $s(n) = O(n)$? En van $s(n) = \Theta(n)$?

   (b) Geldt $2^{2n} = O(2^n)$? En $2^{n+1} = \Theta(2^n)$?

5. (a) Beschrijf de Boole-functie die met onderstaand netwerk overeenkomt.

   (b) Geef een equivalent netwerk met slechts twee poorten (elk met twee ingangen).



6. (a) Laat zien dat $\forall x(p(x) \vee q(x)) \rightarrow (\forall x\, p(x) \vee \forall x\, q(x))$ niet algemeen geldig is.

   (b) Doe hetzelfde met $\forall x\, \exists y\, r(x,y) \rightarrow \exists x\, \forall y\, r(x,y)$.

   (c) Bewijs $(\exists x\, p(x) \rightarrow \forall x\, q(x)) \rightarrow \forall x(p(x) \rightarrow q(x))$ mbv. een geannoteerd lineair bewijs.